



**XXIV SNPTEE  
SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

CB/GCR/17

22 a 25 de outubro de 2017  
Curitiba - PR

**GRUPO - VI**

**GRUPO DE ESTUDO DE COMERCIALIZAÇÃO, ECONOMIA E REGULAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA - GCR**

**PREVISÃO DE PREÇOS FUTUROS DE ENERGIA ELÉTRICA NA CONTRATAÇÃO LIVRE - UMA ABORDAGEM DE EQUILÍBRIO DE MERCADO SOB INCERTEZAS**

**Mateus Alves Cavaliere (\*)  
PSR**

**Sérgio Granville  
PSR**

**Gerson Couto Oliveira  
PSR**

**Djalma Mosqueira Falcão  
COPPE/UFRJ**

**Bernardo Vieira Bezerra  
PSR**

**Mário Veiga Ferraz Pereira  
PSR**

**RESUMO**

O presente trabalho apresenta uma abordagem fundamentada no conceito de equilíbrio de mercado (curva de oferta e demanda) para previsão de preços futuros de energia elétrica no ambiente de contratação livre. A metodologia proposta se baseia em otimização bi-nível, dado que existem duas variáveis a serem otimizadas (preço e quantidade), com restrições de equilíbrio, sendo a incerteza dos preços no mercado de curto prazo representada por cenários de preços de energia no mercado de curto prazo e geração hidrelétrica. A medida de risco para geradores e cargas é uma combinação convexa do valor esperado e do CVaR da receita e da despesa, respectivamente.

**PALAVRAS-CHAVE**

Curva Forward, Contratação Livre, Otimização sob Incerteza, CVaR

**1.0 - INTRODUÇÃO**

Um dos maiores desafios encontrados por agentes do mercado de energia elétrica no Brasil é definir sua estratégia de contratação ótima, o que corresponde a maximizar seu lucro, levando em considerando riscos financeiros. Esse desafio torna-se ainda maior por conta dos ruídos de mercado, influenciados por três fatores preponderantes: conjuntura econômica do país; momento energético do sistema; e a incerteza na formação do preço de negociação de energia no mercado de curto prazo.

A incerteza dos agentes com relação à formação de preço no mercado spot de energia se dá, em grande parte, por conta da composição da matriz energética brasileira, formada majoritariamente por usinas hidráulicas. Sendo assim, o fator imprevisibilidade pluviométrica pesa bastante na incerteza associada à geração por meio dessa fonte, uma vez que o principal insumo é a água proveniente das chuvas, implicando em uma alta volatilidade nos preços de energia no mercado spot, como observado no histórico apresentado na Figura 1.

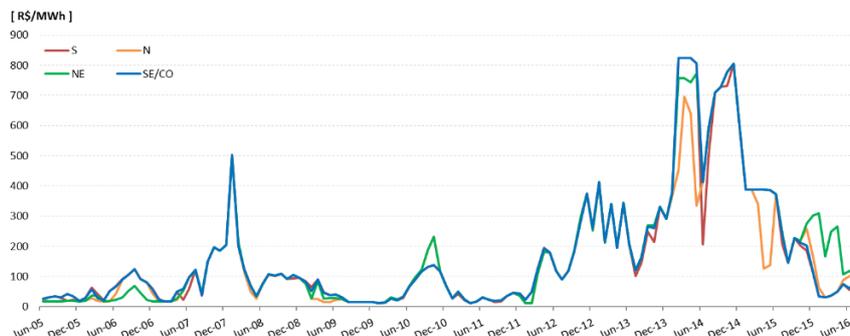


FIGURA 1 - Histórico dos preços spot no mercado de energia do Brasil. Fonte: (PSR 2016)

(\*) Praia de Botafogo, n° 228 – Sala 1701 - Ala A – CEP 22.250-145, Rio de Janeiro, RJ – Brasil  
Tel: (+55 21) 3906-2100 – Email: mateus@psr-inc.com

Outro fator importante, é a conjuntura econômica do país. Nos últimos dois anos o país atravessou uma forte crise econômica, que teve como resultado uma queda na produção em diversos setores e, conseqüentemente, na demanda de energia elétrica.

Tal queda teve um forte impacto nas distribuidoras de energia elétrica, dado que as suas expectativas de demanda, previstas a cinco anos atrás, não se concretizaram, levando-as a uma situação de sobre contratação, que pode perdurar até que haja uma plena recuperação da economia. Aliado a isso, tem-se a contratação de energia a preços elevados no histórico recente devido à crise de suprimento vivenciada pelo Brasil em 2001. Portanto, o país pode acabar se vendo nos próximos anos em uma situação de tarifas de energia elevadas no mercado cativo com preços de energia no mercado de curto prazo baixos, decorrentes do excesso de oferta resultante da conjuntura econômica ainda em recuperação.

Para contornar essa situação, o atual governo tem proposto diversas mudanças no setor, como por exemplo a transferência de energia do mercado cativo para o livre prevista na Lei 13.360 [3]. Neste contexto, surge a dúvida sobre qual o nível de preços justo no mercado livre, uma vez que a tarifa de energia e o preço do mercado spot são custos de oportunidade distintos para o consumidor e para o gerador, respectivamente.

## 2.0 - CONTRATOS NO MERCADO LIVRE CONVENCIONAL

### 2.1 Mecanismo de contratos de suprimento

Os agentes do mercado de energia estão, compulsoriamente, inseridos no mercado atacadista de energia, isto porque toda geração e consumo de energia deve ser liquidada ao valor do preço spot. Entretanto, esse preço no Brasil apresenta uma grande variabilidade, pelos diversos motivos já citados, fazendo com que os riscos comerciais para os agentes aumentem, ou seja, queda na receita dos geradores nos períodos em que o preço spot é baixo e aumento nos custos dos consumidores nos períodos em que o preço spot é alto.

Nesse contexto, surgem, como um mecanismo natural para se proteger da variabilidade do preço spot, os contratos de suprimento de energia. Entretanto, esses contratos são apenas instrumentos financeiros e de compartilhamento de riscos, não influenciando, portanto, no despacho do sistema. Assim, a interpretação econômica de um contrato de suprimento é que o gerador se responsabiliza pela geração/compra da energia associada a esse contrato, no mercado spot, em troca de um preço pré-fixado, isto é, compromete a entregar ao consumidor um montante de energia a um preço fixo seja física ou financeiramente. Esse conceito básico é explicitado matematicamente nas equações abaixo.

$$Receita_{Gerador} = (Geração - Energia_{Contrato}) \times PLD + Energia_{Contrato} \times Preço_{Contrato}$$

$$Despesa_{Carga} = (Demanda - Energia_{Contrato}) \times PLD + Energia_{Contrato} \times Preço_{Contrato}$$

### 2.2 Formação de preço dos contratos

A formação de preço de um bem de consumo está intimamente relacionada com a quantidade ofertada pelos produtores e a quantidade demanda pelos consumidores. Essa ideia dá origem a chamada *curva de oferta e demanda*, Figura 2, na qual são representadas as relações entre quantidade e preço que cada agente está disposto a pagar e vender. Sendo assim, é possível observar que quanto maior o preço, maior é a oferta dos produtores, o contrário é válido para a demanda. O equilíbrio de mercado ocorre no cruzamento entre as curvas, como mostrado na ilustração. Nesse ponto tem-se o chamado preço de mercado, ou preço equilíbrio.

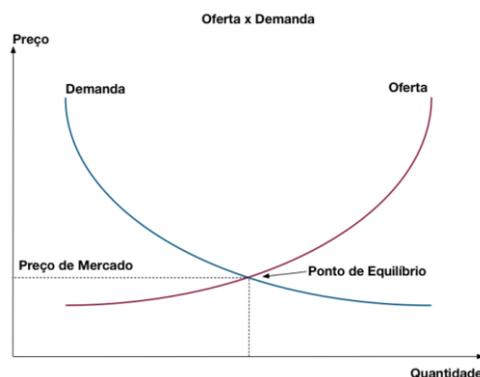


FIGURA 2 - Curva Oferta e Demanda

Trazendo esse conceito para o mercado de energia, a curva da oferta pode ser representada pela disposição dos geradores a vender, enquanto a curva da demanda pode ser representada pela disposição das cargas a comprarem.

A disposição do gerador a vender é representada pelo preço mínimo que ele estaria disposto a aceitar por um contrato de energia levando-se em conta os seus custos de oportunidade:

- i. Liquidar toda a sua geração no mercado spot; e
- ii. Negociar contratos de curto prazo.

A disposição do consumidor a comprar é representada pelo preço máximo que ele estaria disposto a aceitar por um contrato de energia levando em conta os seus custos de oportunidade:

- i. Tarifa de Energia da concessionária de distribuição, responsável pelo atendimento a região na qual ela está inserida, daqui a cinco anos; e
- ii. Preço dos contratos de curto prazo (PLD + âgio)

Percebe-se, portanto, que quanto maior for a duração do contrato, conforme mostrado na Figura 3, maior é a influência da Tarifa de Energia da distribuidora na disposição a comprar do consumidor, uma vez que esse passa a ser um custo de oportunidade somente após cinco anos.

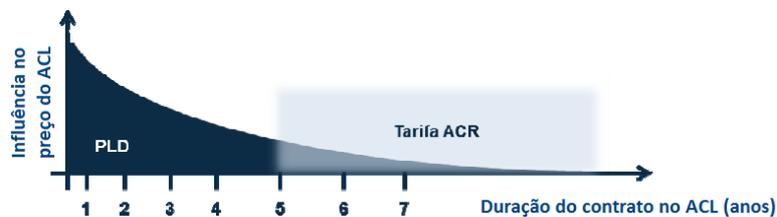


FIGURA 3 - Influência do PLD e da Tarifa de Energia na precificação dos contratos no ACL

### 2.2.1 Faixa de negociação

A região compreendida entre a curva formada pela disposição a comprar do consumidor e a curva de disposição a vender do gerador é chamada de faixa de negociação. Ela representa o espaço amostral possível para o estabelecimento do preço de um contrato no Mercado Livre.

Em um sistema que se encontra em equilíbrio, isto é, no qual não há uma sobra muito grande de energia, o preço desse contrato tende a ser mais próximo à disposição a comprar do consumidor, porque o gerador possui um maior poder de negociação, dado que ele é o detentor da produção do bem de consumo. Já em sistemas em que há uma sobra de energia muito grande, a situação se inverte e a disposição a vender dos geradores acaba determinando o preço desses contratos, uma vez que haverá uma maior competição entre esses agentes para conseguir firmar os contratos.

## 3.0 - PERFIL DE AVERSÃO AO RISCO DOS AGENTES

Sendo o preço spot no Brasil uma variável muito volátil e ao mesmo tempo um parâmetro importante para a formação do preço de contratos no mercado livre, cada agente se comportará de uma maneira diante da incerteza inserida por essa variável, afetando diretamente a sua disposição a comprar ou a vender. Sendo assim, o perfil de aversão ao risco de cada agente torna-se uma variável fundamental na formação de preços dos contratos negociados nesse ambiente.

A fim de emular essa variabilidade de preços spot simulam-se despachos com diversos cenários hidrológicos equiprováveis. Desta forma, se obtêm uma distribuição de receita e despesa de cada agente, sendo possível agora aplicar uma estatística, que nesse caso será uma medida de risco, em cima desse espectro.

### 3.1 Conditional Value at Risk (CVaR)

O CVaR é uma medida de risco, atualmente, muito utilizada em diversos mercados, mas principalmente no mercado de energia. A justificativa para sua larga utilização em problemas de portfólio se dá pela capacidade de capturar a presença de eventos na cauda da função de distribuição.

Essa medida de risco visa representar o valor esperado dentro de uma faixa de custo composta pelos piores cenários da distribuição, determinada por um quantil  $\alpha$ . Portanto, seja uma variável aleatória  $C$  qualquer que representa custos, o valor de risco condicionado (CVaR) para um dado nível de confiança  $\alpha$  é definido matematicamente conforme a equação abaixo.

$$CVaR_{\alpha}(C) = E[R: R \geq VaR_{\alpha}(C)]$$

Aplicando-se esse conceito ao caso da carga, o CVaR da variável aleatória da despesa mede a área da sua densidade de probabilidade acima do percentil  $\alpha$ , ou seja, os  $\alpha\%$  maiores valores da despesa.

Já quando a variável aleatória representa receitas ( $R$ ), o valor de risco condicionado ( $CVaR$ ) para um dado nível de confiança  $\alpha$  é definido matematicamente conforme a equação abaixo.

$$CVaR_\alpha(R) = E[R: R \leq VaR_\alpha(R)]$$

Onde  $VaR_\alpha(R)$  nesse caso está associado cenários de receitas mais baixos.

### 3.2 Representação da aversão ao risco

Uma vez determinada a medida de risco a ser utilizada pelo agente, sua aversão ao risco será representada por uma combinação convexa do valor esperado e  $CVaR_\alpha$ :

$$\lambda E(R) + (1 - \lambda) CVaR(R), 0 \leq \lambda \leq 1$$

Deve-se utilizar uma métrica de representação da aversão ao risco para capturar o comportamento de cada agente diante de cada cenário. Uma delas é a combinação convexa, formalmente definida em [1]. Isso porque ela possibilita ponderar os cenários desfavoráveis e o cenário médio.

## 4.0 - MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O EQUILÍBRIO DE PREÇOS NO ACL

### 4.1 Conceito

Deseja-se formular um problema de otimização global que contemple os problemas de otimização de cada agente. No caso das cargas, o objetivo é minimizar as suas despesas dadas as suas necessidades de contratação de energia, enquanto os geradores desejam a maximização de suas receitas associadas às vendas das suas produções. No entanto, como são simulados diversos cenários hidrológicos a fim de capturar a alta volatilidade de preços observados no despacho do sistema, as despesas e receitas dos agentes, que estão intrinsecamente relacionadas a essa variável, passam a ser realizações, sob as quais é possível aplicar a modelagem estatística para mitigação de riscos. Portanto, o problema da contratação ótima passa a ser um problema de otimização que leva em conta o comportamento individual dos agentes diante de cenários desfavoráveis.

As decisões de contratação de cada agente devem respeitar a regulação vigente do setor. Para isso, é necessário representar no problema de otimização restrições que modelem os entraves regulatórios. Essas restrições dizem respeito aos critérios de segurança de suprimento e dos prazos para migração entre mercados determinado pela legislação.

No modelo setorial vigente existem duas regras, conhecidas como regras básicas de suprimento. Por meio delas é exigido que: (i) toda carga no sistema deve estar 100% coberta por um contrato de suprimento, isto é, há geração de energia para atender a toda carga conectada ao sistema; (ii) todo contrato de energia deve estar 100% coberto por garantia física (GF), conhecido também como lastro de garantia física das usinas, garantindo assim que os contratos não sejam apenas instrumentos financeiros. Busca-se, por meio dessas duas regras, que haja uma sinalização correta para a expansão do sistema.

Além das duas regras supracitadas, existem condições regulatórias, no que diz respeito ao prazo e as características do consumidor, para realizar a migração entre os ambientes de contratação livre e regulado. Com relação ao prazo, a distribuidora tem um prazo máximo de cinco anos para aceitar de volta ao seu mercado um consumidor que hoje está no mercado livre. Esse longo tempo possibilita que essa distribuidora contrate essa nova carga em um leilão A-5.

Dado o que foi exposto acima, foram então, desenvolvidas duas abordagens para modelar o problema do equilíbrio de preços no ACL. A primeira, contempla apenas a possibilidade de firmar contratos com um ano de duração e, por isso, não considera o acoplamento temporal e, consequentemente, o custo de oportunidade de retorno ao mercado cativo por parte da carga. Na segunda abordagem, os contratos podem ter durações de 2 a 5 anos e passam a representar um acoplamento temporal e, consequentemente, a tarifa de energia do mercado cativo como um custo de oportunidade para a carga. Ambas as abordagens serão detalhadas a seguir.

### 4.2 Contratos com duração de um ano

Partindo-se do conceito supracitado, o problema de otimização para uma carga inserida no mercado livre pode ser descrito matematicamente pelas equações (1), (2) e (3) abaixo.

$$\text{Min} \sum_{t=2}^T \lambda E(c_{t,j}) + (1 - \lambda) CVaR(c_{t,j}) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$c_{t,j}^s = d_{j,t} \pi_t^s + q_{d,t,j} (p_{d,t,j} - \pi_t^s) + \sum_{m=1}^{12} \pi_{t,m}^s \phi_m f_{t,j}^m \quad (2)$$

$$q_{d,t,j} + \sum_{m=1}^{12} f_{t,j}^m \geq d_{t,j} \quad (3)$$

Sendo:

- $j = 1, \dots, J$ : as diversas cargas consideradas no caso;
- $s = 1, \dots, S$ : os diversos cenários hidrológicos simulados;
- $\lambda$ : parâmetro de aversão ao risco do agente;
- $T$ : horizonte de estudo;
- $c_{t,j}^s$ : custo para uma carga  $j$  no ano  $t$  associado ao cenário hidrológico  $s$ ;
- $d_{j,t}$ : demanda da carga  $j$  no ano  $t$
- $\pi_t^s$ : preço spot no ano  $t$  associado ao cenário hidrológico  $s$ ;
- $q_{d,t,j}$ : quantidade comprada em contratos com duração de um ano pela carga  $j$  no ano  $t$
- $p_{d,t,j}$ : preço da energia contratada pela carga  $j$  no ano  $t$  em um contrato com duração de um ano
- $\pi_{t,m}^s$ : preço spot no mês  $m$  do ano  $t$  associado ao cenário hidrológico  $s$
- $\phi_m$ : valor percentual do *spread* a ser aplicado ao PLD mensal; e
- $f_{t,j}^m$ : quantidade comprada pela carga  $j$  no mês  $m$  do ano  $t$  no mercado de curto prazo

Já para o gerador, o problema de maximização pode ser expresso pelas equações (4), (5) e (6) mostradas abaixo.

$$\text{Max} \sum_{t=2}^T \lambda E(r_{t,i}) + (1 - \lambda) CVaR(r_{t,i}) \quad (4)$$

Sujeito a:

$$r_{t,i}^s = g_{t,i}^s \pi_t^s + q_{g,t,i} (p_{g,t,i} - \pi_t^s) \quad (5)$$

$$q_{g,t,i} \leq E C M a x_{t,i} \quad (6)$$

Sendo:

- $i = 1, \dots, I$ : os diversos geradores considerados no portfólio;
- $s = 1, \dots, S$ : os diversos cenários hidrológicos simulados;
- $r_{t,i}^s$ : receita do gerador  $i$  no ano  $t$  associada ao cenário hidrológico  $s$
- $g_{t,i}^s$ : geração do gerador  $i$  no ano  $t$  associada ao cenário hidrológico  $s$
- $q_{g,t,i}$ : quantidade de energia vendida pelo gerador  $i$  no ano  $t$  em contratos com duração de um ano
- $p_{g,t,i}$ : preço da energia vendida pelo gerador  $i$  no ano  $t$  em contratos com duração de um ano
- $E C M a x_{t,i}$ : somatório de todos os certificados de garantia física que o gerador  $i$  possui no ano  $t$ .

#### 4.3 Contratos com duração de dois a cinco anos

Ao contrário da abordagem anterior, essa possui um acoplamento temporal, e, sendo assim, a despesa da carga e a receita do gerador em um determinado ano dependerão das tomadas de decisão em anos anteriores. Portanto, é necessário trazer, tanto o valor esperado quanto o CVaR, para um valor presente por meio de uma taxa anual de desconto.

Sendo assim, o problema de otimização para uma carga inserida no mercado livre e que deseja firmar contratos com duração de dois a cinco anos pode ser modelado matematicamente pelas equações (7), (8), (9), (10), (11) e (12).

$$\text{Min} \sum_{t=2}^T \frac{\lambda E(c_{t,j}^s) + (1 - \lambda) CVaR(c_{t,j}^s)}{(1 + \rho)^{t-1}} \quad (7)$$

Sujeito a:

$$c_{t,j}^s = d_{t,j} \pi_t^s + \sum_{k=0}^n q_{d,t-k,j} (p_{d,t-k,j} - \pi_t^s) + \sum_{m=1}^{12} \phi_{t,m}^s f_{t,j}^m, \text{ para } t = 2, \dots, 5; \text{ e} \quad (8)$$

$$c_{t,j}^s = d_{t,j} \pi_t^s + \sum_{k=0}^n q_{d,t-k,j} (p_{d,t-k,j} - \pi_t^s) + \sum_{m=1}^{12} \phi_m \pi_{t,m}^s f_{t,j}^m + \sum_{\tau=6}^t q_{\tau,j}^D (P_{\tau,j} - \pi_t^s), \text{ para } t = 6, \dots, T \quad (9)$$

$$\sum_{k=0}^n q_{d,t-k,j} + \sum_{m=1}^{12} f_{t,j}^m \geq d_{t,j}, \text{ para } t = 2, \dots, 5; \text{ e} \quad (10)$$

$$\sum_{k=0}^n q_{d,t-k,j} + \sum_{m=1}^{12} f_{t,j}^m + \sum_{\tau=6}^t q_{\tau,j}^D \geq d_{t,j}, \text{ para } t = 6, \dots, T \quad (11)$$

$$\sum_{\tau=6}^t q_{\tau,j}^D \leq d_{t,j} \quad (12)$$

Sendo:

- $n$ : número de ano de duração do contrato
- $\rho$ : taxa de desconto utilizada para se trazer os valores para valor presente.
- $q_{\tau,j}^D$ : quantidade de energia comprada pela carga  $j$  da distribuidora  $D$ .
- $P_{\tau,j}$ : tarifa de energia da distribuidora no ano  $\tau$

Já o problema de otimização para um gerador inserido nesse mesmo ambiente pode ser descrito pelas equações (13), (14) e (15).

$$\text{Max} \sum_{t=2}^T \frac{\lambda E(r_{t,j}^s) + (1 - \lambda) CVaR(r_{t,j}^s)}{(1 + \rho)^{t-1}} \quad (13)$$

Sujeito a:

$$r_{t,i}^s = g_{t,i}^s \pi_t^s + \sum_{k=0}^n q_{g,t-k,i} (p_{g,t-k,i} - \pi_t^s), \text{ para } t = 2, \dots, T \quad (14)$$

$$\sum_{k=0}^n q_{g,t-k,i} \leq ECMax_{t,i} \quad (15)$$

#### 4.4 Tratamento da não linearidade no produto preço e quantidade de um agente

Observa-se nas equações que definem as restrições dos problemas de maximização da receita, para os geradores, e de minimização das despesas, para as cargas, que há a multiplicação de duas das variáveis contínuas a serem otimizadas, a quantidade e o preço de equilíbrio, tornando assim o problema de otimização não-linear, e conseqüentemente, de mais difícil solução. Esse produto é representado por uma variável auxiliar  $z$  definida para cada carga e cada gerador, como mostrado abaixo.

$$z_{d,t,j} - H p_t q_{d,t,j} = 0 \qquad z_{g,t,i} - H p_t q_{g,t,i} = 0$$

Uma alternativa para se evitar essa não linearidade é a utilização da expansão binária da variável preço unitário para que seja possível elencar possíveis candidatos para solução do problema. Essa expansão é feita a partir do preço mínimo, aqui definido como  $p_t^0$ , com um incremento  $\delta_t$  utilizando  $M(t)$  variáveis binárias  $x_{t,1}, x_{t,2}, \dots, x_{t,M(t)}$  que definem divisões iguais do preço na faixa entre o preço mínimo e o preço máximo, definidos a priori.

$$p_t = p_t^0 + \delta_t \sum_{m=1}^{M(t)} 2^{m-1} x_{t,m}$$

Substituindo-se a expansão binária proposta para o preço unitário dos contratos, obtém-se:

$$z_{d,t,j} - H p_t^0 q_{d,t,j} - H \delta_t \sum_{m=1}^{M(t)} 2^{m-1} x_{t,m} q_{d,t,j} = 0 \quad (16)$$

$$z_{g,t,i} - H p_t^0 q_{g,t,i} - H \delta_t \sum_{m=1}^{M(t)} 2^{m-1} x_{t,m} q_{g,t,i} = 0 \quad (17)$$

Define-se ainda para cada carga a variável  $y_{d,t,j,m}$  e para cada gerador a variável  $y_{g,t,i,m}$ , responsável por substituir o produto do preço e a quantidade correspondente, expressando o preço em termos da sua expansão binária nos anos  $t = 1, \dots, T - 1$ . A equação que relaciona essa nova variável  $y_{d,t,j,m}$  e  $x_{t,m} q_{d,t,j}$ , no caso da carga, e  $y_{g,t,i,m}$  e  $x_{t,m} q_{g,t,i}$ , no caso do gerador, para  $m = 1, \dots, M(t)$  é representada via desigualdades "big-M".

$$\begin{aligned} 0 &\leq q_{d,t,j} - y_{d,t,j,m} \leq Q_{dt} (1 - x_{t,m}), \text{ para } m = 1, \dots, M(t) \\ y_{d,t,j,m} &\leq Q_{dt} x_{t,m}, \text{ para } m = 1, \dots, M(t) \\ 0 &\leq q_{g,t,i} - y_{g,t,i,m} \leq Q_{gt} (1 - x_{t,m}), \text{ para } m = 1, \dots, M(t) \\ y_{g,t,i,m} &\leq Q_{gt} x_{t,m}, \text{ para } m = 1, \dots, M(t) \end{aligned}$$

Sendo assim, as equações (16) e (17) podem ser finalmente escritas como:

$$\begin{aligned} z_{d,t,j} - H p_t^0 q_{d,t,j} - H \delta_t \sum_{m=1}^{M(t)} 2^{m-1} y_{d,t,j,m} &= 0 \\ z_{g,t,i} - H p_t^0 q_{g,t,i} - H \delta_t \sum_{m=1}^{M(t)} 2^{m-1} y_{g,t,i,m} &= 0 \end{aligned}$$

Portanto, a partir dessa abordagem é possível transformar um problema que a princípio era de programação não-linear, não-convexo e com variáveis contínuas, em um problema de programação linear inteira mista.

#### 4.5 Problema de otimização conjunta dos geradores e das cargas

Uma vez definidas todas as restrições individuais, como mostrado nas seções anteriores, é necessário agora definir, matematicamente, como o preço de equilíbrio para contratos firmados entre cargas e geradores será obtido.

Para isso, define-se o problema global de equilíbrio a partir da combinação das condições KKT de otimalidade de cada carga e gerador, que compõe o conjunto de agentes do problema, também denominada como formulação primal-dual. Tal formulação resulta das condições de KKT escritas para cada agente, compondo as restrições para o problema global de equilíbrio, um problema de otimização linear inteiro misto, uma vez que o preço de equilíbrio passa a ser expresso em termos da sua expansão binária, como mostrado anteriormente.

É possível que não haja um preço de equilíbrio para o qual o montante total de contratação das cargas equivale ao montante total de contratação dos geradores. Sendo assim, afim de garantir que o problema possua uma solução, define-se sua função objetivo como a minimização da soma do *mismatch* (positivo ou negativo) ano a ano entre os dois montantes.

#### 4.5.1 Modelagem para contratos com duração de um ano

Para os casos de leilão de um ano definir-se-á uma variável  $s$  relativa ao conjunto de agentes, geradores ou cargas, com o montante contratado. Essa variável é definida para os geradores e para as cargas pelas seguintes expressões.

$$s_g = \sum_{i=1}^I q_{g,i} \quad s_d = \sum_{j=1}^J q_{d,j}$$

Define-se ainda as variáveis não negativas de desbalanço  $\gamma$  como a diferença entre as variáveis do conjunto dos geradores e das cargas, ou das cargas e dos geradores, conforme a seguir.

$$\gamma_g \geq s_d - s_g \quad \gamma_d \geq s_g - s_d$$

Portanto, a função objetivo a ser minimizada é o desbalanço na soma dos montantes dos geradores mais o desbalanço na soma dos montantes das cargas. A otimização do problema é feita, separadamente, para cada ano ao longo do horizonte do estudo.

$$\text{Min } \gamma_g + \gamma_d$$

#### 4.5.2 Modelagem para contratos com duração de dois a cinco anos

Nesse tipo de leilão há um acoplamento temporal e, portanto, deve-se representar esse acoplamento no momento de definição das variáveis  $s$ . Sendo assim, para cada ano  $t = 2, \dots, T$  a variável  $s$  é definida para o conjunto de geradores e de cargas conforme as equações a seguir.

$$s_{g,t} = \sum_{i=1}^I \sum_{k=0}^n q_{g,t-k,i} \quad s_{d,t} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=0}^n q_{d,t-k,j}$$

Definem-se ainda, para cada ano dentro desse conjunto de anos, uma variável de desbalanço  $\gamma$  dada pela diferença entre as variáveis do conjunto dos geradores e das cargas, ou do conjunto das cargas e dos geradores, conforme as expressões a seguir.

$$\gamma_{g,t} \geq s_{d,t} - s_{g,t} \quad \gamma_{d,t} \geq s_{g,t} - s_{d,t}$$

Portanto, para evitar a inviabilidade das condições de KKT dos geradores e das cargas, caso os seus montantes contratados não se igualem, minimiza-se a soma ao longo dos anos 2 a  $T$  das variáveis de desbalanço.

$$\text{Min } \sum_{t=2}^T \gamma_{g,t} + \gamma_{d,t}$$

#### 4.6 Algoritmo de solução

Para solucionar o problema de otimização da metodologia de preço de equilíbrio de contratos no mercado livre apresentada nesse trabalho, utilizou-se o algoritmo de branch and bound. Tal técnica envolve a busca do valor que satisfará a função objetivo do problema dentro de um conjunto de candidatos, que juntos formam uma região  $S$ , conhecida como região viável do problema. Esse conjunto de candidatos, para a formulação proposta nesse trabalho, é formado pelos preços de equilíbrio obtidos a partir da expansão binária.

O algoritmo de branch and bound se baseia na ideia de “dividir para conquistar”, isto é, repartir o problema original, que geralmente é muito grande, em pequenos problemas, tornando a busca pela otimalidade mais simplificada. Para isso, o algoritmo relaxa o problema de programação inteira e divide esse problema já relaxado em vários pequenos problemas até encontrar soluções inteiras ou não factíveis, sendo o ótimo a melhor solução encontrada pelo algoritmo. Esse processo de iterativas subdivisões do problema gera, ao se chegar em uma solução, um grafo conexo e acíclico, também chamado de árvore.

### 5.0 - RESULTADOS

Foram realizadas diversas sensibilidades para que fosse possível observar a resposta do modelo proposto e, por fim, validá-lo. Os dados de entrada, como preço spot, fator de produção das hidrelétricas e tarifas do mercado cativo foram obtidos a partir de simulações realizadas no software SDDP<sup>®</sup> desenvolvido pela PSR<sup>®</sup>. Nessas simulações considerou-se a existência de 200 cenários hidrológicos equiprováveis e um conjunto de dados das usinas utilizados pela PSR<sup>®</sup>. Para que a análise fosse impactada minimamente por fatores conjunturais, escolheu-se 2025 como ano base. Isso se justifica devido a previsão de estabilização do sistema energético como um todo no Brasil a partir desse ano.

#### 5.1 Sensibilidade na oferta de energia

A primeira sensibilidade mostra a resposta do modelo (leilão de um e três anos) com relação a variação na oferta de energia no mercado livre. Para isso criou-se um sistema hipotético composto por uma única carga com 100 MW médios de demanda e um único gerador com 100 MW médios de garantia física, sendo ambos pouco avessos ao risco ( $\lambda = 0.9$ ). Em seguida variou-se a garantia física do gerador, obtendo assim um preço de equilíbrio para cada percentual de sobreoferta de energia no mercado livre. Os resultados são mostrados na Figura 4 abaixo.

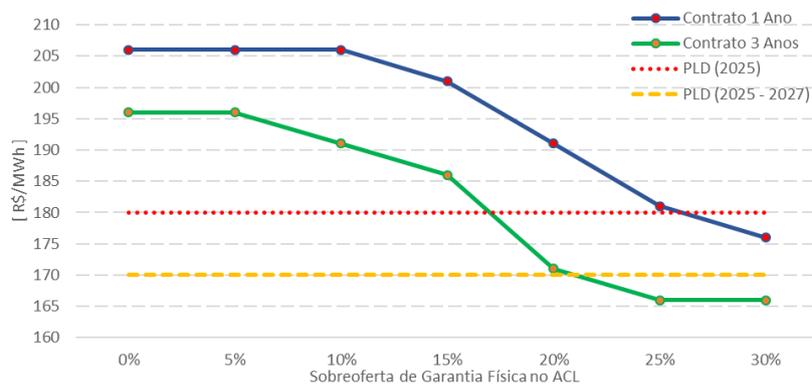


FIGURA 4 - Preços de equilíbrio para contratos no ACL com entrega em 2025

A partir do gráfico acima é possível observar que quanto maior a oferta de energia no mercado livre, menor é o preço de equilíbrio, corroborando a ideia de que quanto maior a sobre oferta no mercado, menor é o poder de negociação do gerador, o que se reflete diretamente no preço de equilíbrio do sistema. Uma segunda observação diz respeito ao efeito da duração do contrato. Observa-se claramente que quanto maior a duração do contrato, menor o preço de equilíbrio. Esse fato pode ser facilmente explicado pela diminuição da parcela de risco que esse contrato mais longo proporciona.

### 5.2 Sensibilidade no parâmetro de aversão ao risco dos agentes

Essa segunda sensibilidade se propõe a mostrar a resposta do modelo (leilão de um ano) com relação a variação dos parâmetros de aversão ao risco de cada agente no mercado livre. Para isso criou-se um sistema hipotético composto por uma única carga com 100 MW médios de demanda e um único gerador com 110 MW médios de garantia física. Em seguida testou-se uma série de combinações de parâmetros de aversão ao risco dos agentes, obtendo assim um preço de equilíbrio para cada par ( $\lambda_{\text{Gerador}}$ ,  $\lambda_{\text{Carga}}$ ). Os resultados são mostrados na Figura 5.

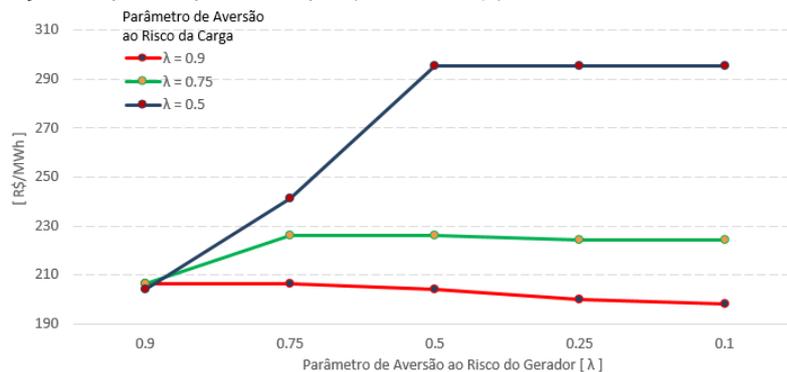


FIGURA 5 - Preços de equilíbrio para contratos no ACL com entrega em 2025

Como mencionado anteriormente, os contratos são mecanismos de mitigação do risco a exposição ao mercado de curto prazo, onde os preços são muito voláteis. Com base nessa ideia, é possível analisar inicialmente os preços de equilíbrio observados para um sistema composto por uma carga pouco avessa e um gerador com parâmetro de aversão ao risco variável (linha vermelha). Nesse caso, a carga por ser pouco avessa observa muito pouco os cenários mais desfavoráveis, o que reflete na sua indiferença entre firmar um contrato ou se expor ao mercado de curto prazo. Já no caso do gerador, essa indiferença é inversamente proporcional ao seu nível de aversão ao risco, isto é, conforme o seu  $\lambda$  diminui, maior é a sua disposição a firmar um contrato para que assim possa se proteger da exposição ao mercado de curto prazo. Para isso, esse agente aceita um preço menor por esse contrato como uma maneira de torna-lo mais atrativo para a carga.

Em uma segunda análise, onde fixa-se o parâmetro de aversão ao risco do gerador e varia-se o parâmetro de aversão ao risco da carga, observa-se que há uma elevação no patamar dos preços de equilíbrio. O mesmo raciocínio supracitado aplica-se a esse caso. A medida que a carga se torna mais avessa, maior é a sua disposição a firmar um contrato e evitar o mercado spot. Com isso, o poder de negociação do gerador aumenta, dado que ele é detentor do bem de consumo, e como consequência, há um aumento no preço de equilíbrio do sistema.

### 5.3 Efeito da previsão condicionada

Essa última sensibilidade se propõe a mostrar a resposta do modelo (leilão de um ano) ao realizar a previsão de preços condicionada, isto é, dado que uma certa trajetória hidrológica se realizou, qual seria o preço de equilíbrio. Para isso criou-se um sistema hipotético composto por uma única carga com 100 MW médios de demanda e um

único gerador com 110 MW médios de garantia física, ambos pouco avessos ao risco ( $\lambda = 0.9$ ). Em seguida criou-se uma árvore de cenários de preços, baseando-se no custo marginal de operação de cada série, composta por quatro trajetórias possíveis: úmida – úmida; úmida – seca; seca- úmida; e seca – seca. Os resultados para cada uma dessas trajetórias são mostrados na Figura 6 abaixo. A título de comparação, simulou-se também o caso em que não há a abertura em estrutura de árvore.

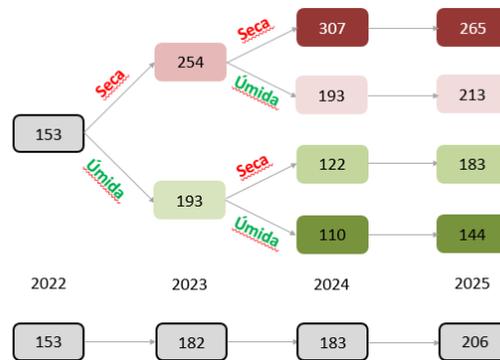


FIGURA 6 - Preços de equilíbrio para cada trajetória hidrológica

Pela figura acima pode-se observar claramente a vantagem da previsão condicionada. Tomando-se novamente o ano de 2025 para análise, observa-se que os preços de equilíbrio aumentam conforme a trajetória se torna mais desfavorável, isto é, na trajetória onde há ocorrência de séries úmidas – úmidas encontra-se o preço mínimo, enquanto que na trajetória composta pelas séries secas – secas encontra-se o preço máximo. Vê-se ainda o benefício da previsão condicionada ao compararmos os resultados das trajetórias úmida – seca e úmida – úmida com o caso sem trajetória. Portanto, a postergação da decisão de contratação se mostra benéfica, uma vez que conhecida a trajetória realizada, o preço de equilíbrio se estabelece em um outro patamar.

## 6.0 - CONCLUSÃO

A análise de sensibilidades apresentada na seção anterior mostra que o modelo consegue emular de maneira fiel o conceito clássico de equilíbrio de mercado quando aplicado ao setor de energia, levando-se em conta ainda os riscos intrínsecos a negociações realizadas nesse mercado.

Destaca-se primeiramente a capacidade de capturar como a relação entre a oferta e demanda impacta no preço de equilíbrio desse ambiente. Posteriormente, observa-se a sensibilidade da resposta do modelo a mudanças nos parâmetros de aversão ao risco de cada agente inserido no mercado. Por último, destaca-se a capacidade de realizar previsões condicionadas aos cenários de hidrologia, tornando-se uma ferramenta muito útil para uma melhor tomada de decisão do agente no que diz respeito ao momento de realizar a negociação.

## 7.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) ROCKAFELLAR, R.T. Convex Analysis. Estados Unidos da América
- (2) BRASIL. Decreto n. 2.655, de 2 de julho de 1998. Brasil
- (3) BRASIL. Lei n. 13.360, de 17 de novembro de 2016. Brasil
- (4) JORION, P. Value at Risk. Brasil
- (5) BRASIL. Lei n. 10.848, de 15 de março de 2004. Brasil

## 8.0 - DADOS BIOGRÁFICOS

**Mateus Cavaliere** é engenheiro eletricista pela UFRJ e consultor na PSR.



**Mário Veiga** é doutor em Otimização pela COPPE/UFRJ e presidente da PSR.

**Sérgio Granville** é pós-doutor em Pesquisa Operacional e diretor técnico na PSR.

**Bernardo Bezerra** é doutor em Engenharia Elétrica pela PUC-Rio e diretor técnico na PSR.

**Gerson Couto** é doutor em Engenharia de Sistemas e Computação e desenvolvedor de softwares na PSR.

**Djalma Mosqueira Falcão** é pós-doutor pela University of California at Berkeley professor titular da COPPE/UFRJ.