



**GRUPO - X**

**GRUPO DE ESTUDO DE DESEMPENHO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GDS**

**AMBIENTE PARA SIMULAÇÃO HÍBRIDA EM MÚLTIPLAS ESCALAS DE TEMPO**

**Felipe Camara (\*)**  
**FURNAS**

**Antonio Carlos Siqueira Lima**  
**COPPE/UFRJ**

**RESUMO**

O artigo apresenta uma formulação para representação de linhas de transmissão em simulações de transitórios eletromagnéticos e eletromecânicos capaz de manter todas as características principais como ser um elemento distribuído e variante na frequência. Baseado no conceito de fasores dinâmicos, o modelo explora a estrutura da matriz de admitância nodal de forma a não apresentar as restrições inerentes ao tempo de propagação da linha. A formulação proposta inclui a dependência dos parâmetros com a frequência, necessária para avaliação dos fenômenos eletromagnéticos, e permite extrair o envoltória da forma de onda das variáveis do sistema. Dado que o modelo não apresenta diferenças topológicas para diferentes passos de integração, a transição para a forma fasorial, adotada nas análises de estabilidade eletromecânica, é direta.

**PALAVRAS-CHAVE**

Linha de transmissão, fasor dinâmico, transitório eletromagnético, simulação híbrida, multiescala

**1.0 - INTRODUÇÃO**

Programas de transitórios eletromagnéticos e de estabilidade eletromecânica são extensivamente utilizados para análise de desempenho de redes elétricas e a principal característica que os difere está relacionada com as constantes de tempo envolvidas. Como os fenômenos eletromagnéticos exigem detalhada representação, faz-se necessário utilizar grandezas instantâneas. Por outro lado, devido à simplificação da rede em regime quase-estacionário para representação de fenômenos eletromecânicos, torna-se possível adotar a notação fasorial. Estas características intrínsecas de cada fenômeno inviabilizam a junção dos modelos existentes em um único ambiente de simulação.

Visando minimizar o esforço computacional para simulação de transitórios rápidos e lentos, esforços na tentativa de criar uma formulação capaz de lidar tanto com variáveis instantâneas como a fasoriais resultaram na chamada simulação híbrida. Inicialmente proposta em 1981 [1], os diversos desenvolvimentos relatados adotam, em sua maioria, a integração de algoritmos para cada escala de tempo [2]. Porém, dentre esses, destaca-se o surgimento dos fasores dinâmicos [3], que propõe aprimorar a tradicional modelagem para transitórios eletromagnéticos com a inclusão de sinais analíticos e do deslocamento em frequência. Também chamada de análise do deslocamento em frequência – ADF por alguns autores, a proposta nada mais é do que a modificação das equações de discretização dos componentes de forma a tornar o modelo flexível a ponto de possibilitar a extração tanto do valor instantâneo como da envoltória das formas de onda. Adicionalmente, permite ao modelo ajustar sua estrutura automaticamente quando houver alteração no passo de integração, seja ele pequeno, da ordem de microssegundos, ou grande, da

ordem de milissegundos, conforme já exemplificado para modelagem de transformadores, máquinas síncronas e de indução e linhas de transmissão [4-9].

Dando continuidade ao desenvolvimento dos componentes para simulações com fasores dinâmicos, pretende-se estender a aplicação para modelagem de linhas de transmissão através da matriz de admitância nodal, cuja representação confere ao modelo a inclusão da dependência dos parâmetros com a frequência, seja a linha considerada um sistema homogêneo ou não homogêneo. Obtida a matriz de admitância nodal, que consiste na relação entrada-saída entre os terminais de um sistema, esta será submetida ao ajuste racional no domínio da frequência para extração de um modelo caixa-preta equivalente. O processo de ajuste utilizará o algoritmo *Vector Fitting*, amplamente difundido internacionalmente. Para a simulação no domínio do tempo, foi criada uma rotina para os realização cálculos no programa Mathematica e, para validação dos resultados encontrados, procedeu-se também à implementação do modelo de linha universal, presente no PSCAD/EMTDC e no EMTP-RV. Por fim, os resultados encontrados com o PSCAD/EMTDC também serão utilizados para validação do modelo.

O artigo pretende explanar, na Seção 2, os conceitos essenciais que norteiam a modelagem através de fasores dinâmicos e detalhar como esta metodologia pode ser aplicada para acomodar a simulação de transitórios rápidos e lentos. A Seção 3 apresenta, brevemente, o algoritmo *Vector Fitting*. Na Seção 4, está a descrição do caso estudado assim como os passos necessários para a implementação da rotina para simulação no tempo. Finalmente, as conclusões constam na Seção 5.

## 2.0 - FASORES DINÂMICOS OU ANÁLISE DO DESLOCAMENTO EM FREQUÊNCIA

O desenvolvimento apresentado em [10] permitiu a unificação da representação por variáveis instantâneas com a representação fasorial na forma de fasores dinâmicos. O conceito de sinais analíticos [11], amplamente difundido do campo de processamento de sinais e transmissão de rádio, permitiu a representação de sinais sob a forma complexa.

### 2.1 Sinais Analíticos

A definição de um sinal analítico está ligada à descrição de um sinal real  $s(t)$  através de uma representação complexa, na qual a parte real do sinal analítico  $\mathcal{A}[\cdot]$  é o próprio sinal original e a parte imaginária  $\sigma(t)$  é obtida através da transformada de Hilbert do sinal original.

$$\mathcal{A}[s(t)] = \underline{s}(t) = s(t) + j \mathcal{H}[s(t)] = s(t) + j \sigma(t) \quad (1)$$

Como consequência desta transformação, o espectro de frequência do sinal analítico  $\mathcal{A}[s(t)]$  é idêntico ao do sinal original para frequências positivas e zero para frequências negativas. Além disso, o conteúdo espectral positivo é duplicado, vide Figura 1.

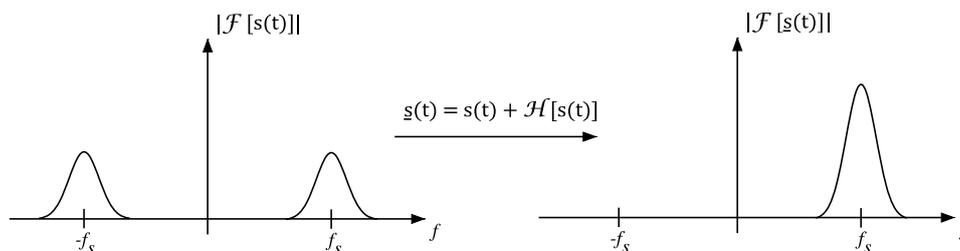


FIGURA 1 – Espectro de frequência do sinal analítico

### 2.2 Fasores Dinâmicos

Considerando as variáveis tensão e corrente na forma complexa, o fasor dinâmico  $\mathcal{D}[\cdot]$  surge através da multiplicação da variável tensão ou corrente por  $e^{-j\omega_s t}$ , o que vale dizer que a rotação à frequência nominal é subtraída, conforme (2). O espectro de frequência resultante é idêntico ao do sinal analítico porém deslocado para a origem.

$$\mathcal{D}[\underline{s}(t)] = e^{-j\omega_s t} \underline{s}(t) \quad (2)$$

Surge então, deste processo de deslocamento, o termo análise do deslocamento em frequência – ADF, vide Figura 2. Dado que o deslocamento em frequência filtra a frequência fundamental, somente os desvios desta frequência são observados, permitindo assim a utilização de passos de integração maiores do que os comumente utilizados nas análises de transitórios eletromagnéticos. Também conhecido como modulação em outros ramos da engenharia, o fasor dinâmico representa o envelope ou envoltória da forma de onda de uma função complexa.

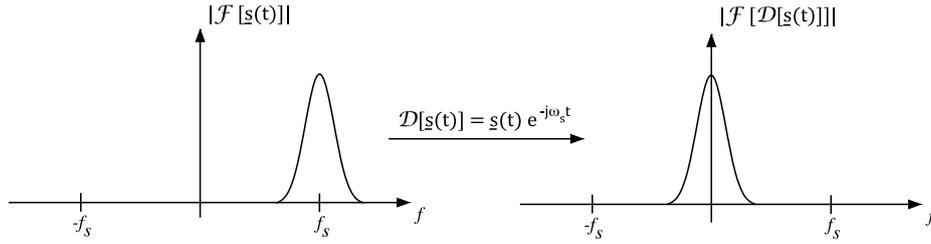


FIGURA 2 – Espectro de frequência do fasor dinâmico

Para representação de uma fonte de tensão como uma variável analítica ou complexa, que é o caso de circuitos elétricos, é correto dizer que à uma excitação real cossenoidal pode-se adicionar uma parcela senoidal em quadratura, conforme exemplificado em (3).

$$\mathcal{A}[\cos(\omega_s t)] = \cos(\omega_s t) + j \sin(\omega_s t) = e^{j\omega_s t} \quad (3)$$

### 2.3 Modelo equivalente de um circuito RL

Inicialmente será apresentado o equacionamento necessário para obtenção do equivalente de Norton utilizando a formulação real ou instantânea, comumente adotado nos simuladores de sistemas elétricos. Em seguida, o desenvolvimento com a formulação por meio de variáveis complexas será detalhado.

Seja um circuito RL descrito através da seguinte equação:

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{L}v(t) \quad (4)$$

Procedendo à discretização via regra de integração trapezoidal, com passo de integração  $\Delta t$ , e após algumas manipulações, é possível escrever

$$i(t) = G v(t - \Delta t) + h(t) \quad (5)$$

sendo  $G$  uma condutância equivalente do circuito e  $h(t)$  um fonte de corrente histórica, dadas por

$$G = \frac{\frac{\Delta t}{2L}}{1 + \frac{\Delta t R}{2L}} \quad (6)$$

$$h(t) = G v(t - \Delta t) + \left( \frac{1 - \frac{\Delta t R}{2L}}{1 + \frac{\Delta t R}{2L}} \right) i(t - \Delta t) \quad (7)$$

Adotando o deslocamento em frequência para o mesmo circuito RL, as variáveis de corrente  $\underline{i}(t)$  e tensão  $\underline{v}(t)$  devem ser tratadas como grandezas complexas. Sendo assim, reescrevendo (4), tem-se

$$\frac{d\underline{i}(t)}{dt} = -\frac{R}{L}\underline{i}(t) + \frac{1}{L}\underline{v}(t) \quad (8)$$

Inserindo (2) em (8), chega-se a

$$\frac{d[\mathcal{D}[\underline{i}(t)] e^{j\omega_s t}]}{dt} = -\frac{R}{L}\underline{i}(t) + \frac{1}{L}\underline{v}(t) \quad (9)$$

Resolvendo o termo associado à derivada

$$j\omega_s e^{j\omega_s t} \mathcal{D}[\underline{i}(t)] + e^{j\omega_s t} \frac{d\mathcal{D}[\underline{i}(t)]}{dt} = -\frac{R}{L}\underline{i}(t) + \frac{1}{L}\underline{v}(t) \quad (10)$$

isolando os termos comuns, chega-se à equação diferencial que descreve o comportamento do circuito

$$\frac{d\mathcal{D}[\underline{i}(t)]}{dt} = e^{-j\omega_s t} \left[ \left( -\frac{R}{L} - j\omega_s \right) \underline{i}(t) + \frac{1}{L}\underline{v}(t) \right] \quad (11)$$

Discretizando (11) via regra de integração trapezoidal e expressando as variáveis tensão e corrente em forma complexa, chega-se à mesma estrutura de (5), porém com os coeficientes corrigidos em função do deslocamento em frequência:

$$\underline{i}(t) = \underline{G} \underline{v}(t) + \underline{h}(t) \quad (12)$$

sendo  $\underline{G}$  uma condutância equivalente da rede e  $\underline{h}(t)$  um fonte de corrente histórica, dadas por

$$\underline{G} = \frac{\frac{\Delta t}{2L}}{1 + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{R}{L} + j\omega_s \right)} \quad (13)$$

$$\underline{h}(t) = e^{j\omega_s \Delta t} \underline{G} \underline{v}(t - \Delta t) + e^{j\omega_s \Delta t} \left[ \frac{1 - \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{R}{L} + j\omega_s \right)}{1 + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{R}{L} + j\omega_s \right)} \right] \underline{i}(t - \Delta t) \quad (14)$$

É possível constatar que no caso de sinais reais, i.e.,  $\omega_s = 0$  rad/s, os resultados de  $\underline{G}$  e  $\underline{h}$  ficam idênticos à (6) e (7).

Para simulações envolvendo fenômenos eletromagnéticos, na qual o passo de integração é da ordem de microssegundos, deve-se adotar  $\omega_s = 0$  rad/s, que equivale à formulação através de grandezas instantâneas. Caso deseje-se alterar o passo para análises de fenômenos eletromecânicos, deve-se adotar  $\omega_s = 377$  rad/s, correspondendo assim à formulação fasorial adotada nos estudos de estabilidade. Dado que a representação do sistema é baseado na representação complexa, para capturar a forma de onda instantânea, deve-se tomar a parte real da variável de interesse. Por conseguinte, desejando-se o envelope ou a envoltória das variáveis, basta tomar o módulo destas.

### 3.0 - SÍNTESE RACIONAL NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

A inclusão da dependência dos parâmetros com a frequência exige a modelagem do componente em questão no domínio da frequência. Como resultado de vasta pesquisa ao longo de mais 40 anos, chegou-se ao desenvolvimento de diversas técnicas para síntese, cuja representação por funções racionais mostrou-se mais precisa e eficiente.

O método conhecido como *Vector Fitting* [12-14] ou ajuste vetorial é reconhecido por sua robustez e precisão e encontra-se disponível na internet [15]. O método de ajuste é baseado na sintetização de uma função que melhor se aproxima de uma dada resposta em frequência, tradicionalmente em forma de admitância.

A matriz de admitância nodal ajustada, normalmente, tem a forma de uma função própria:

$$Y(s) \approx \sum_{m=1}^N \frac{R_m}{s - p_m} + D \quad (15)$$

onde  $N$  é a ordem do ajuste,  $p_m$  é o conjunto de pólos,  $R_m$  é a matriz de resíduos e  $D$  é uma matriz real. Ressalta-se que a presença de pólos estáveis não garante que a simulação no tempo seja numericamente estável. Desta forma, faz-se necessária uma etapa adicional de processamento visando garantir a passivação da rede [16].

A utilização da representação pelo conjunto pólo-resíduo é amplamente difundida pela facilidade de implementação em programas que utilizam a estrutura EMTP [17], baseados nos métodos de integração trapezoidal [18] ou convolução recursiva [19].

Merece destaque que este método é capaz de aproximar funções de qualquer natureza, independente do sistema em questão, e encontra-se incorporado aos programas PSCAD/EMTDC e EMTP-RV.

### 4.0 - CASO TESTE

Para ilustrar a validade da metodologia proposta, será utilizada uma linha de transmissão, ver Figura 3, cujo objetivo é criar um modelo caixa-preta válido tanto para simulação de transitórios eletromagnéticos como para transitórios eletromecânicos. Destaca-se que, com o modelo obtido, não há restrição para escolha do passo de integração, respeitada a natureza do fenômeno envolvido.

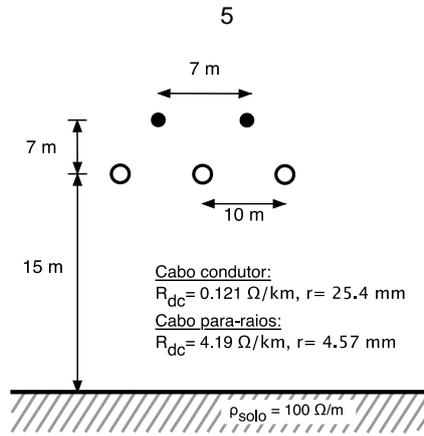


FIGURA 3 – Linha de transmissão 230 kV (10km)

As linhas de transmissão tradicionalmente são representadas em programas de transitórios eletromagnéticos pelo método das características. No entanto, a formulação da admitância nodal  $Y_n$  [20] pode também ser aplicada, dado que leva em conta a dependência das matrizes de admitância característica  $Y_c$  e de propagação  $H$  com a frequência. A matriz de admitância nodal possui a seguinte estrutura

$$Y_n(s) = \begin{bmatrix} Y_s & Y_m \\ Y_m & Y_s \end{bmatrix} \quad (16)$$

cujas submatrizes são definidas por

$$\begin{aligned} Y_s &= Y_c(I + H^2)(I - H^2)^{-1} \\ Y_m &= -2 Y_c(I - H^2)^{-1} \end{aligned} \quad (17)$$

onde  $Y_c = Z^{-1}\sqrt{YZ}$ ,  $H = l\sqrt{YZ}$ ,  $I$  é a matriz identidade de ordem 6x6 e  $l$  é o comprimento da linha.

A matriz  $Y_n$  pode ser obtida de forma direta através de cálculos ou por meio da varredura em frequência entre os terminais emissor e receptor via programas como ATP, PSCAD/EMTDC ou EMTP-RV ou até mesmo através de medições de campo. O procedimento para obtenção da  $Y_n$  não se restringe somente à linhas de transmissão, pois pode ser utilizado para modelar qualquer componente passivo através da sua resposta em frequência. Como exemplo, o processo para síntese de equivalentes de rede variantes na frequência [21,22], dado que a matriz  $Y_n$  corresponde à relação entrada-saída entre terminais da rede. O mesmo também pode ser dito para modelagem de transformadores [23].

Tendo em mãos a resposta em frequência do componente em questão, procede-se à aproximação racional da matriz  $Y_n$ . A Figura 4 apresenta os elementos de  $Y_n$  e o ajuste obtido na faixa de 1 Hz a  $10^5$  Hz, considerando uma aproximação com 70 pólos. De forma a viabilizar a inclusão do modelo em um programa para simulação no domínio do tempo, é necessário proceder à conversão da representação racional em redes companheiras ou equivalentes de Norton, conforme código de implementação descrito em [24].

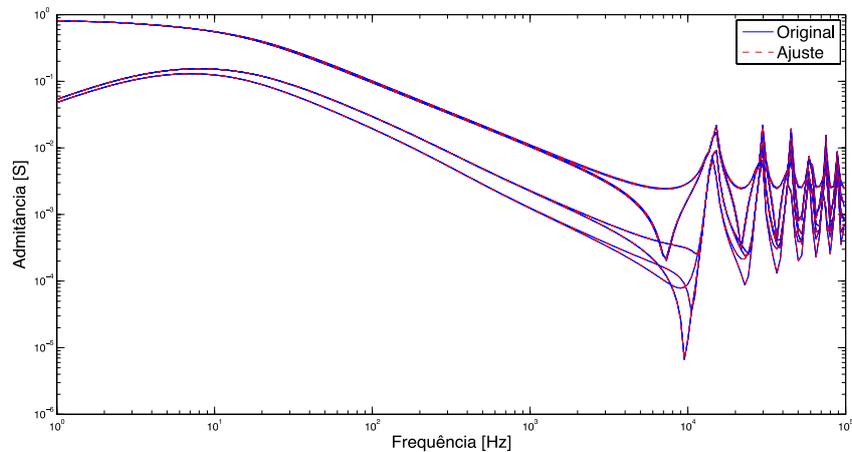


FIGURA 4 – Aproximação racional de  $Y(s)$

Seja um modelo pólo-resíduo no domínio da frequência de primeira ordem, com pólo  $a$ , resíduo  $r$  e termo  $d$ , todos reais, dado por

$$I(s) = \left( \frac{r}{s-a} \right) V(s) \quad (18)$$

Quando convertido para o domínio do tempo e submetido ao método de integração trapezoidal, chega-se a

$$i(t) = G v(t - \Delta t) + h(t) \quad (19)$$

com

$$G = \frac{r \frac{\Delta t}{2}}{1 - a \frac{\Delta t}{2}} \quad (20)$$

$$h(t) = G v(t - \Delta t) + \left( \frac{1 + a \frac{\Delta t}{2}}{1 - a \frac{\Delta t}{2}} \right) i(t - \Delta t) \quad (21)$$

Constata-se que (20) e (21) correspondem às mesmas expressões encontradas para um circuito RL, salvo o valor dos coeficientes. Sendo assim, aplicando-se o deslocamento em frequência para o modelo racional, permanecem válidas as expressões (14) e (15).

A Figura 5 apresenta a rede que será utilizada para aplicação da formulação proposta. Para isto, um algoritmo foi implementado com o software Mathematica, cuja estrutura para representação da rede é baseada na formulação nodal modificada [25]. Os resultados encontrados foram então validados através da implementação do modelo de linha universal no domínio de fases [26], conforme adotado nos programas da família EMTP, a saber, PSCAD e EMTP-RV.

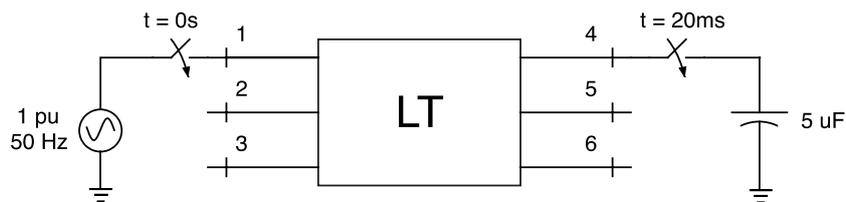


FIGURA 5 – Sistema-teste

A primeira manobra realizada é a energização monofásica da linha em  $t=0s$  através de uma fonte ideal. A tensão no terminal #4 é apresentada na Figura 6, na qual consta o valor obtido com o modelo da linha via deslocamento em frequência (ADF) versus modelagem tradicional. Dado que a formulação proposta trabalha com variáveis complexas, para obtenção do valor instantâneo da tensão é necessário tomar a parte real desta grandeza.

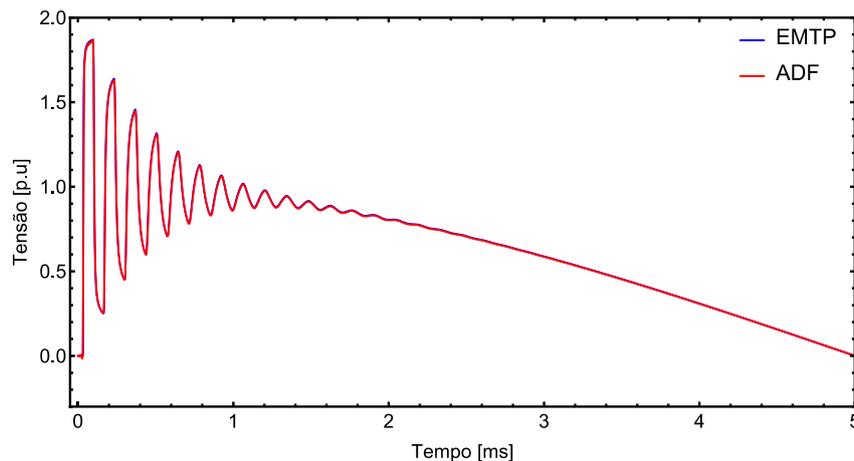
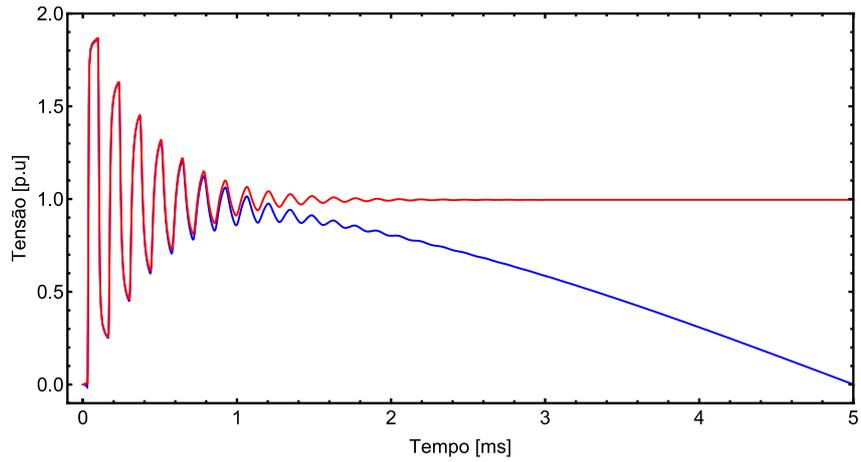
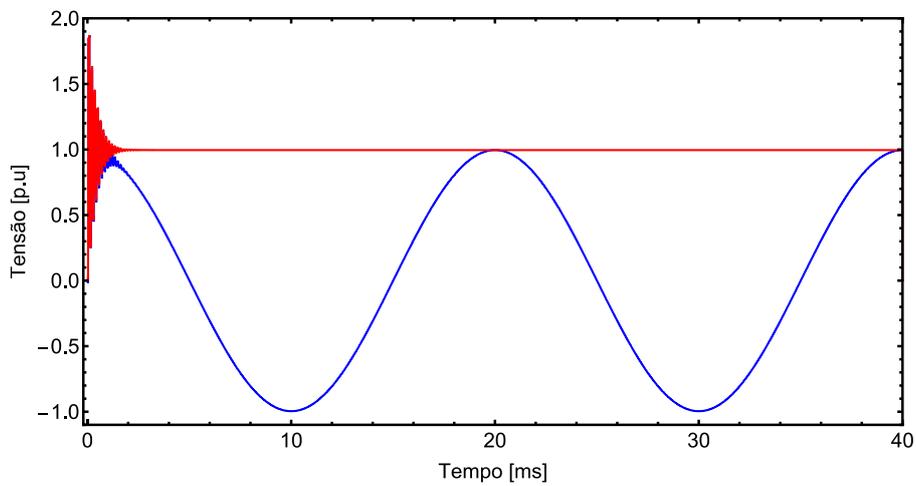


FIGURA 6 – Valor instantâneo da tensão no terminal #4

A vantagem de se trabalhar com variáveis complexas pode ser constatada na Figura 7, na qual é apresentada a envoltória da curva da tensão no terminal #4. Em outras palavras, esta curva representa o módulo desta variável complexa. Pode-se observar que, terminado o período transitório, a forma de onda apresenta somente a frequência fundamental e, por conseguinte, o módulo da tensão permanece constante, conforme Figura 7 - (b).



(a) Resposta inicial



(b) Visão expandida

FIGURA 7 – Valor instantâneo e módulo da tensão no terminal #4

De forma a mostrar a eficácia da metodologia, foi simulada também a energização de um capacitor no terminal #4 em  $t=20$ ms. A Figura 8 mostra o efeito desta manobra no terminal #4 juntamente com o resultado obtido no programa PSCAD e a Figura 9 destaca a envoltória ou envelope da forma de onda da tensão.

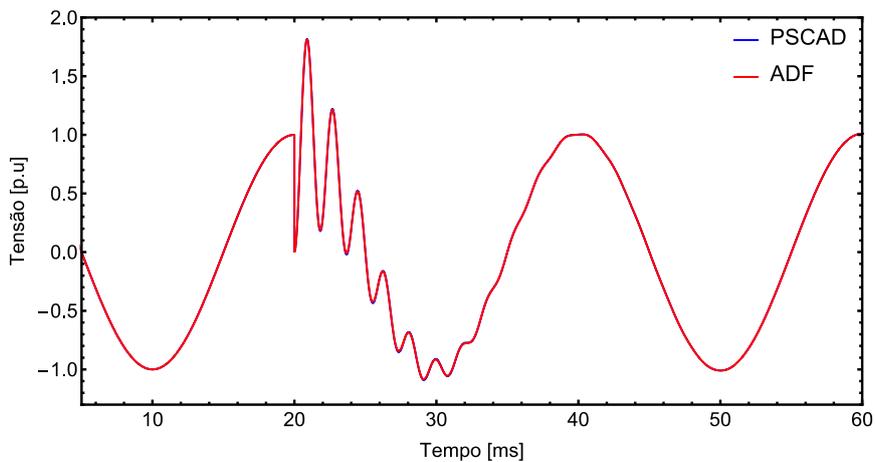


FIGURA 8 – Valor instantâneo da tensão no terminal #4

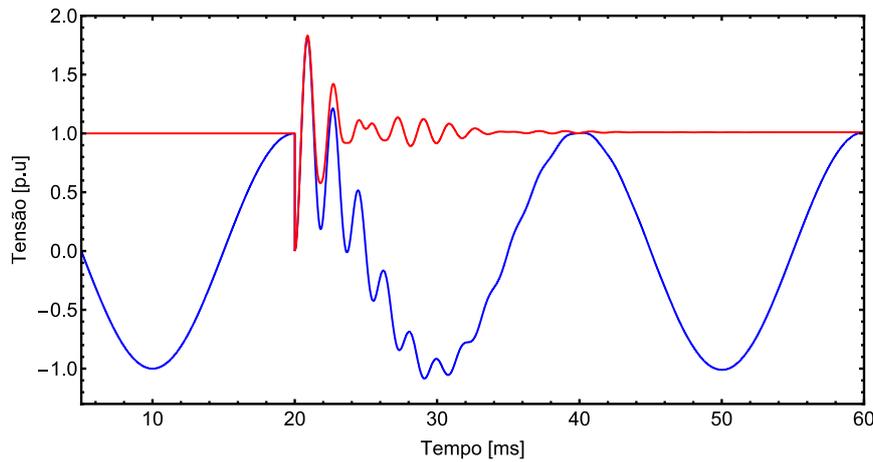


FIGURA 9 – Valor instantâneo e módulo da tensão no terminal #4

## 5.0 - CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou uma nova formulação baseada no deslocamento em frequência para modelagem de linhas de transmissão. A formulação permite que seja incluída, de forma direta, o comportamento distribuído da linha de transmissão como a variação dos parâmetros unitários com a frequência.

Os resultados da modelagem foram comparados com aqueles obtidos usando um programa de simulação de transientes eletromagnéticos e não foram encontradas diferenças significativas. O emprego de fasores dinâmicos permite que um modelo de linha mais detalhado e coerente com a realidade física seja implementado em programas de transientes eletromecânicos.

Trabalhos futuros no tema serão realizados para a inclusão de modelos de cabos isolados e de conversores de eletrônica de potência empregando fasores dinâmicos.

## 6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) HEFFERNAN, M. D., TURNER, K.S., ARRILLAGA, J., ARNOLD, C.P. Computation of A.C.-D.C. system disturbances: Part I, II, and III, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, no. 11, 1981.
- (2) JALILI-MARANDI, V., DINAHAHI, V., STRUNZ, K., MARTINEZ, J.A., RAMIREZ, A. Interfacing techniques for transient stability and electromagnetic transient programs – IEEE Task Force on Interfacing Techniques for Simulation Tools, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 24, no. 04, 2009.
- (3) HENSCHERL, S. Analysis of electromagnetic and electromechanical power system transients with dynamic phasors, PhD Thesis, The University of British Columbia, 1999.
- (4) STRUNZ, K., SHINTAKU, R., GAO, F. Frequency-adaptive network modeling for integrative simulation of natural and envelope waveforms in power systems and circuits, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol 53, no 12, 2006.
- (5) GAO, F., STRUNZ, K. Frequency-adaptive power system modeling for multiscale simulation of transients, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 24, no. 2, 2009.
- (6) ZHANG, P., MARTI, J., DOMMEL, H.W. Synchronous machine modeling based on shifted frequency analysis, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, no. 03, 2007.
- (7) ZHANG, P., MARTI, J., DOMMEL. Induction machine modeling based on shifted frequency analysis, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 24, no.1, 2009.
- (8) ZHANG, P., MARTI, J., DOMMEL. Shifted-frequency analysis for emtp simulation of power-system dynamics, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol. 57, no. 9, 2010.
- (9) HUANG, Y., CHAPARIHA, M., THERRIEN, F., JATSKEVICH, J., MARTI, J. A constant-parameter voltage-behind-reactance synchronous machine model based on shifted-frequency analysis, IEEE Transactions on Energy Conversion, vol, 30, no. 2, 2015.
- (10) VENKATASUBRAMANIAN, V. Tools for dynamic analysis of the general large power system using time-varying

phasors, International Journal on Electric Power and Energy Systems, vol. 16, no. 6, 1994.

[11] COHEN, L. Time-frequency analysis, Prentice Hall, 1995.

[12] GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, no. 3, 1999.

[13] GUSTAVSEN, B. Improving the pole relocating properties of vector fitting, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 21, no. 3, 2006.

[14] DESCHRIJVER, D., MROZOWSKI, M., DHAENE, T., ZUTTER, D. Macromodeling of multiport systems using a fast implementation of the vector fitting method, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 18, no. 6, 2008.

[15] The Vector Fitting web site, <https://www.sintef.no/projectweb/vectfit/>

[16] GUSTAVSEN, B. Fast passivity enforcement for pole-residue models by perturbation of residue matrix eigenvalues, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 23, no. 3, 2008.

[17] Dommel, H. Electromagnetic Transients Program reference manual (EMTP Theory Book). Bonneville Power Administration, Portland, 1986.

[18] GUSTAVSEN, B. Computer code for rational approximation of frequency dependent admittance matrices, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 17, no. 4, 2002.

[19] SEMLYEN, A., DABULEANU, A. Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 94, no. 2, 1975.

[20] ARAUJO, A.E.A, NEVES, W.L.A. Cálculo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia, UFMG, 2005.

[21] GUSTAVSEN, B. Rational approximation of frequency dependent admittance matrices. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 17, no. 4.

[22] \_\_\_\_\_. Dynamic System Equivalents: A Survey of Available Techniques – Task Force on Dynamic System Equivalents, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 27, no. 01, 2009.

[23] GUSTAVSEN, B. Wide Band Modeling of Power Transformers, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 19, no. 1, 2004.

[24] GUSTAVSEN, B., MO, O. Interfacing convolution based linear models to an electromagnetic transients program, International Conference on Power Systems Transients (IPST), 2007.

[25] HO, C.W, RUEHLI, A.E, BRENNAN, P.A. The modified nodal approach to network analysis, IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 22, no. 6, 1975.

[26] MORCHED, A., GUSTAVSEN, B., TARTIBI, M. A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, no. 3, 1999.